# Interrogation 4 : Géométrie dans l'espace.

Semaine du 4 au 9 octobre.

**Programme :**

### Géométrie élémentaire de l'espace

#### a) Modes de repérage dans l'espace

Coordonnées cartésiennes, cylindriques, sphériques. Changements de repère.

Pour les coordonnées sphériques, on convient de noter $\theta$ la colatitude, mesure dans $[0, \pi]$ de l'angle entre $Oz$ et $OM$.

#### b) Produit scalaire

Définition géométrique du produit scalaire. Bilinéarité, symétrie, expression en base orthonormale.

Expression de la distance de deux points dans un repère orthonormal.

#### c) Produit vectoriel

Définition géométrique du produit vectoriel de deux vecteurs. Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont non nuls, le produit vectoriel de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur de norme $\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\sin(\vec{u},\vec{v})$ directement orthogonal à $(\vec{u},\vec{v})$ ; sinon le produit vectoriel est le vecteur nul.
Notation $\vec{u} \wedge \vec{v}$.

La notion d'orientation de l'espace est admise, ainsi que celle de base orthonormale directe. Il convient de donner les conventions physiques usuelles.
Interprétation de $\|\vec{u} \wedge \vec{v}\|$ comme aire du parallélogramme construit sur $\vec{u}$ et $\vec{v}$.

Bilinéarité, antisymétrie. Expression dans un repère orthonormal direct. Condition de colinéarité de deux vecteurs.

#### d) Déterminant ou produit mixte

Définition du produit mixte (ou déterminant) de trois vecteurs :

$$\mathrm{Det}\,(\vec{u},\vec{v},\vec{w}) = (\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}.$$

Trilinéarité, antisymétrie. Expression en repère orthonormal direct. Condition pour que trois vecteurs soient coplanaires.

Interprétation de $|\mathrm{Det}\,(\vec{u},\vec{v},\vec{w})|$ comme volume du parallélépipède construit sur $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$.

#### e) Droites et plans

Paramétrage d'une droite définie par un point et un vecteur directeur, deux points distincts, deux plans sécants.
Équation d'un plan défini par un point et deux vecteurs indépendants, un point et un vecteur normal, trois points non alignés. Équation normale d'un plan ; distance à un plan.
Perpendiculaire commune.
Distance à une droite.

#### f) Sphères

Équation cartésienne d'une sphère en repère orthonormal. Intersection d'une sphère et d'une droite, d'une sphère et d'un plan, de deux sphères.

**Remarque**
Je vais donner sur des exemples le procédé d'orthonormalisation de Gram-Schmidt. Ceci peut être demandé au candidat, à l'intérieur d'un exercice (mais pas en question de cours).